Curso de Fotomultiplicadores de Silicio: fundamentos y aplicaciones

Ejercicios propuestos

Alumno:	**Javier Yañez Zuluaga**
Número de ejercicios:	**6**
Fecha límite de entrega:	**11 de junio de 2013**

NOTA. Al final de estas hojas de problemas se incluye una tabla de constantes universales y una tabla de desarrollos en serie.

Ejercicio 1 (distribución de Poisson)

Demuestre que la media de la distribución de Poisson (dada por la siguiente expresión) es igual a μ. Esto es, demuestre que **<n>** = μ.

$$P(n) = \frac{\mu^n}{n!} \cdot e^{-\mu}$$

Para ello tenga en cuenta la definición del valor medio de una distribución de probabilidad discreta:

$$< n >= \sum_{n=0}^{\infty} n \cdot P(n)$$

NOTAS. Pueden resultarle útiles los desarrollos en serie dados como anexo al final de estas hojas de problemas. Además, recuerde que el factorial de un número negativo no tiene sentido. De esta forma, modifique los límites de los sumatorios para evitar esta situación. Multiplicar y dividir una expresión por un mismo factor puede resultar útil para simplificar o calcular de forma sencilla dicha expresión.

Ejercicio 2 (Ganancia en un fotoconductor)

Considere un fotoconductor con longitud de 25 μm y sometido a una polarización de 5 V. Las movilidades de electrones y huecos son: μ_e = 7500 $cm^2 \cdot V^{-1} \cdot s^{-1}$ y μ_h = 400 $cm^2 \cdot V^{-1} \cdot s^{-1}$. Si el tiempo de vida de los huecos τ_h = 100 ns, determine el tiempo de tránsito de los portadores y la ganancia fotoconductiva.

NOTA. Tenga en cuenta las unidades en que se dan los datos del problema.

Ejercicio 3 (Detectividad en un fotodiodo PIN)

Considere un fotodiodo PIN tipo $In_{0.53}Ga_{0.47}As$ donde la corriente generada por la radiación de fondo cósmico es de 0.1 μA. La corriente de oscuridad (sin iluminación artificial y sin iluminación por radiación de fondo) es < 1 nA. La detección se produce a una longitud de onda de 1300 nm con una eficiencia cuántica del 70 %. Si la resistencia de carga con la que se detecta la fotoseñal es de 10 MΩ, determine la NEP y la detectividad del fotodiodo en condiciones de limitación por radiación de fondo.

NOTAS. Considere que la corriente parásita total del fotodiodo está formada por una componente generada por la radiación de fondo ($\mathbf{I_B}$) y por la componente habitual que se conoce como corriente de oscuridad ($\mathbf{I_{dark}}$). Esto es: $\mathbf{I_{dark,total}} = \mathbf{I_B} + \mathbf{I_{dark}}$. Tenga en cuenta la tabla de constantes universales dada como anexo al final de estas hojas de problemas. Considere que la resistencia interna del detector es mucho mayor que la resistencia de carga. Asuma también que no hay pre-amplificador (esto es, $R_i = \infty$). Si es necesario, considere que la temperatura es la normalizada, T = 300 K. Tenga en cuenta las unidades en que se dan los datos del problema y ofrezca los resultados pedidos en las unidades adecuadas.

Ejercicio 4 (Ruido en un PIN)

Un fotodiodo PIN de silicio tiene una NEP = 10^{-13} W·Hz$^{-1/2}$. Considerando un ancho de banda de 1 GHz,

a) ¿Cuál será la potencia óptica incidente que dará lugar a una SNR unitaria?

b) ¿Cuál será el flujo óptico suponiendo que solo se detectaran los fotones cuya energía fuera exactamente la del gap del semiconductor?

c) Obtenga la frecuencia y longitud de onda de dichos fotones.

d) Justifique si en este semiconductor sería posible detectar otras longitudes de onda con facilidad.

NOTAS. Recuerde que 1 eV = $1.602 \cdot 10^{-19}$ J. Considere que $c = \lambda \cdot \nu$, donde **c** es la velocidad de la luz ($3 \cdot 10^8$ m·s^{-1}), $\boldsymbol{\lambda}$ es la longitud de onda y $\boldsymbol{\nu}$ la frecuencia.

Ejercicio 5 (Factor de ruido de exceso en un APD)

Consideremos un APD de silicio en el que la capacidad de los electrones para generar ionización por impacto es 10 veces mayor que la de los huecos. Suponga que la ganancia promedio G = 100. Recordando que $k = \alpha_h/\alpha_e$:

a) Compruebe si las expresiones dadas por estos dos autores para el factor de ruido de exceso (F, ENF) son equivalentes. No se trata de demostrar su igualdad, sino de comprobar si puede usarse una u otra indistintamente.

$$[Saleh] \qquad F_1 = k \cdot G + (1-k) \cdot \left(2 - \frac{1}{G}\right)$$

$$[Bhattacharya] \quad F_2 = G \cdot \left(1 - (1-k) \cdot \left(\frac{G-1}{G}\right)^2\right)$$

b) A partir de la expresión de [Bhattacharya] obtenga una expresión aproximada más sencilla para estimar ENF. Justifique las aproximaciones realizadas y verifique la validez del resultado obtenido.

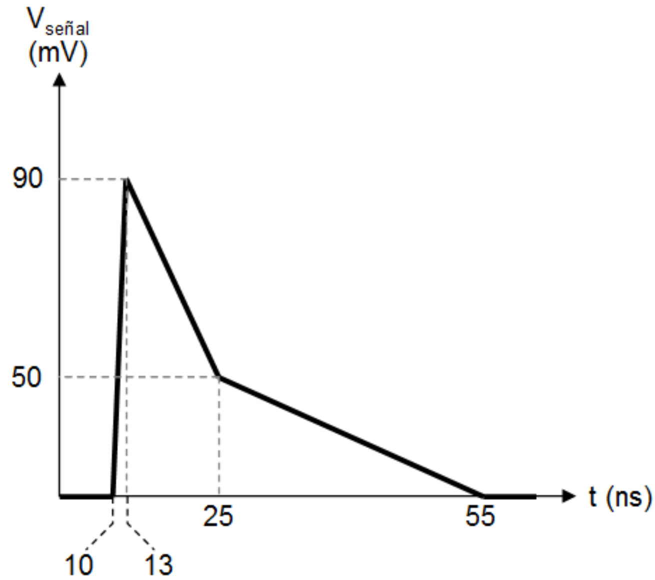
c) Obtenga el valor del parámetro **x** en la expresión que ofrece [Kasap], $F_3 = G^x$, que correspondería al fotodiodo que estamos manejando. Compruebe si este valor de **x** encaja con el rango que establece este autor (para Si: 0.3 - 0.5).

Ejercicio 6 (Ganancia de un SiPM)

Un SiPM genera una fotoseñal como la mostrada en la figura ante la detección de 30 fotones. Considere que cada fotón ha sido detectado en un pixel distinto del SiPM. La resistencia de sensado de la fotocorriente es de 50 Ω. Si el voltaje de ruptura V_{BR} = 69.2 V y el voltaje de polarización del SiPM es de 72 V, calcule:

a) La ganancia intrínseca del SiPM.

b) La capacidad intrínseca del pixel del SiPM. Para ello considere que la capacidad parásita asociada con el resistor de quenching del pixel es despreciable.



NOTA. Recuerde la relación $i = \frac{dq}{dt}$.

Tabla de constantes	
Constante gravitación universal	$G = 6,673.10^{-11}\ N.m^2/Kg^2$
Velocidad de la luz en el vacío	$C = 2,997924589.10^8\ m/s$
Aceleración normal de la gravedad	$g = 9,80665\ m/s^2$
Masa de la Tierra	$M_T = 6.10^{24}\ Kg$
Radio medio de la Tierra	$R_T = 6,367.10^6\ m$
Distancia media Tierra-Sol	$D_{T\text{-}S} = 149,6.10^9\ m$
Distancia media Tierra-Luna	$D_{T\text{-}L} = 3,84.10^8\ m$
Velocidad orbital de la Tierra	$\Omega = 1,991.10^{-7}\ rad.s^{-1}$
Velocidad de rotación de la Tierra	$\omega = 7,292.10^{-5}\ rad.s^{-1}$
Número de Avogadro	$Na = 6,023.10^{23}\ mol^{-1}$
Constante de los gases perfectos	$R = 8,314\ JK^{-1}mol^{-1}$
Volumen molar normal gas perfecto	$V = 22,4140\ l$
Densidad normal del mercurio (Hg)	$\rho = 1,35951.10^4\ Kg.m^{-3}$
Presión atmosférica normal	$P_o = 1,01325.10^5\ N.m^{-2}$
Temperatura del punto triple del agua	$T = 273,15\ K$
Constante de Boltzman	$K = 1,38.10^{-23}\ JK^{-1}$
Constante de Faraday	$F = 96.485,3\ C/g.mol$
Constante de Planck	$h = 6,626.10^{-34}\ J.s$
Constante de Stefan-Boltzman	$\sigma = 5,67032.10^{-8}\ W.m^{-2}.{}^{o}K^{-4}$
Permitividad en el vacío	$\varepsilon_o = 8,854187818.10^{-12}\ C^2/N.m^2$
Permeabilidad en el vacío	$\mu_o = 4\pi.10^{-7}\ T.m/A$
Unidad de masa atómica	$uma = 1,6605655.10^{-27}\ Kg$
Carga del electrón	$e^- = 1,602.10^{-19}\ C$
Masa en reposo del electrón	$m_e = 9,109.10^{-31}\ Kg$
Masa en reposo del protón	$m_p = 1,672.10^{-27}\ Kg$
Masa en reposo del neutrón	$m_n = 1,675.10^{-27}\ Kg$
Magnetón de Bohr	$\mu_B = 9,274078.10^{-24}\ J.T^{-1}$
Magnetón nuclear	$\mu_N = 5,050824.10^{-27}\ J.T^{-1}$
Momento magnético electrón	$\mu_e = 9,284832.10^{-24}\ J.T^{-1}$
Momento magnético del protón	$\mu_p = 1,4106171.10^{-26}\ J.T^{-1}$

DESARROLLOS EN SERIE

$$\sum_{n=N}^{M} a^n = \frac{a^N - a^{M+1}}{1-a}$$

$$\sum_{n=n_o}^{\infty} a^n = \frac{a^{n_o}}{1-a}$$

$$\sum_{n=0}^{\infty} a^n = \frac{1}{1-a}$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} a^n = \frac{a}{1-a}$$

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^n}{n!} = e^x$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} a_{n-1} = \sum_{n=0}^{\infty} a_n$$

$$\sum_{k=0}^{N} \binom{n}{k} \cdot \binom{m}{N-k} = \binom{n+m}{k}$$

$$\sum_{k=0}^{n} \binom{n}{k} \cdot a^k \cdot b^{n-k} = (a+b)^n$$

$$\binom{A}{B} = \frac{A!}{B! \cdot (A-B)!}$$